COMISIÓN NACIONAL DE BANCOS Y SEGUROS

NOTA TÉCNICA:

Cálculo de tasas de cambio relativas óptimas conmutadas

AUTOR

Fredy Vides

5 de julio de 2023

Nota Técnica:

Cálculo de tasas de cambio relativas óptimas conmutadas

Fredy Vides[1, a)]

Departamento de Estadística e Investigación, CNBS, Tegucigalpa, Honduras

(Dated: 5 de julio de 2023)

En este documento, se presenta y justifica formalmente un método de cálculo de la tasa de cambio relativo óptima, en el sentido de mímimos cuadrados, para datos muestreados o estimados de forma uniforme, para series de tiempo correspondientes a variables financieras dinámicas de interés para fines de estudio.

I. EXISTENCIA Y COMPUTABILIDAD DE TASAS DE CAMBIO RELATIVAS ÓPTIMAS CONMUTADAS (TCROC)

Dados un número entero $T > 0$ y una secuencia de datos $\Sigma_T = \{v(0), \ldots, v(T)\}$ muestreados o estimados de forma uniforme tales que $v(t) \neq 0$ para algún $0 \leq t \leq T-1$, para una serie de tiempo correspondiente a alguna variable financiera dinḿica de interés. La tasa de cambio reltaviva óptima correspondiente al periodo T corresponde a la solución del siguiente problema de optimización.

$$\alpha_T := -1 + \arg\min_{\beta\in\mathbb{R}} \sum_{t=1}^{T} |v(t) - \beta v(t-1)|^2. \tag{I.1}$$

A. Exsitencia de tasas de cambio relativas óptimas conmutadas

Con base en la ecuación (I.1) es posible observar que para garantizar la existencia de solución del problema (I.1) basta demostrar el siguiente teorema.

Teorema I.1. *Existe un minimizador para la función:*

$$f(\beta) := \sum_{t=1}^{T} (v(t) - \beta v(t-1))^2.$$

Demostración. Es posible primero observar que si:

$$\partial_\beta f(\hat{\beta}) = -2\sum_{t=1}^{T} (v(t) - \hat{\beta} v(t-1))v(t-1) = 0,$$

$\Longrightarrow$

$$\hat{\beta} = \left(\sum_{t=1}^{T} v(t)v(t-1)\right) \Big/ \left(\sum_{t=1}^{T} v(t-1)^2\right). \tag{I.2}$$

Además es posible observar que

$$\partial_\beta^2 f(\hat{\beta}) > 0$$

para cada $\hat{\beta}$. Consecuentemente, existe un único minimizador para $f(\beta)$ determinado por la expresión (I.2). $\square$

Se concluye entonces que el problema (I.1) tiene una solución única determinada por el siguiente corolario del Teorema I.1.

Corolario I.2. *Dado un número entero $T > 0$. La TCROC de una muestra $\Sigma_T = \{v(0), \ldots, v(T)\}$ tal que $v(t) \neq 0$ para algún $0 \leq t \leq T-1$, está determinada por la expresión:*

$$\alpha_T := -1 + \left(\sum_{t=1}^{T} v(t)v(t-1)\right) \Big/ \left(\sum_{t=1}^{T} v(t-1)^2\right). \tag{I.3}$$

Demostración. Este hecho es consecuencia de la aplicación del Teorema I.1 al problema (I.1), y de la sutitución de (I.2) en la expresión (I.1). $\square$

Observación I.3. *Es posible observar que la TCROC determinada por el Corolario I.2 corresponde a la identificación paramétrica de la componente lineal de un modelo semilineal disperso como los presentados en[1], para un valor de retraso $L = 1$.*

II. APLICACIONES DEL CÁLCULO DE TASAS DE CAMBIO RELATIVAS ÓPTIMAS CONMUTADAS PARA SERIES ANUALES

A. Ajuste/estimación de datos muestrados no uniformemente

Si se considera un secuencia de muestras $\Sigma_T = \{v(0), \ldots, v(T)\}$ de una serie de tiempo, donde cada muestra $v(t)$ corresponde a un año distinto, pero el muestreo no corresponde al mismo mes de cada año, excepto por las primeras dos muestras. Es posible estimar una muestra uniforme $\tilde{v}(t)$ aplicando una tasa media interanual determinada por la expresión:

$$\tilde{v}(t) = \left(\frac{v(t)}{v(t-1)}\right)^{\frac{m}{n}} v(t-1) \tag{II.1}$$

Donde n corresponde al mes en que se hizo el muestreo y m corresponde al mes en que se necesita calcular la estimación $\tilde{v}(t)$.

B. Caso de Estudio: Estimación de tasa de cambio relativa óptima conmutada para la Inflación en Honduras.

Es posible aplicar la técnica estudiada en este documento para estimar la dinámica de tasas de inflación en Honduras, los resultados se presentan en la Figura 1.

a)Electronic mail: fredy.vides@cnbs.gob.hn

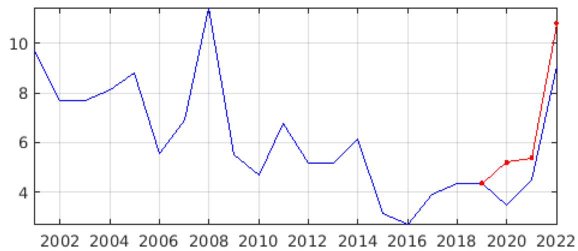

Figura 1: Pronóstico basado en TCRO.

REFERENCIAS

[1] Vides, F. Computing Semilinear Sparse Models for Approximately Eventually Periodic Signals. IFAC-PapersOnLine Elsevier 2022, DOI: 10.1016/j.ifacol.2022.09.096, Part of ISSN: 2405-8963. http://dx.doi.org/10.1016/j.ifacol.2022.09.096